

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ
ШКОЛЬНИКОВ 2025/26 УЧЕБНОГО ГОДА ПО МАТЕМАТИКЕ

Код/шифр участника

М	8	А	4				
---	---	---	---	--	--	--	--

Соловьева Алина Владимировна

(фамилия, имя, отчество)

8

(класс обучения)

8

(класс участия)

Муниципальное бюджетное
образовательное учреждение
«Интеллект»

(полное наименование образовательной организации)

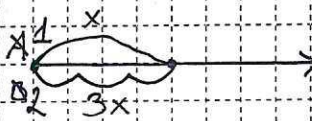
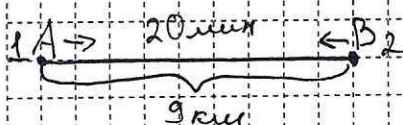
ЗАДАЧА № 8. 1

ЛИСТ 1 ИЗ 2

(листы по каждой задаче
нумеруются отдельно)

М 8 А 4

ШИФР (заполняется оргкомитетом)



Пусть x км/ч скорость 1-го велосипедиста, тогда $3x$ км/ч скорость 2-го велосипедиста. Так как 2-ой настигнет 1-го через $\frac{1}{3}$ ч, значит $x - y = 3$. Значит по условию $(x + 3x)$ км/ч - общая скорость велосипедистов, то есть а общая скорость равна весь путь разделить на всё время, то есть $9 \text{ км} : 20 \text{ мин}$. Переведем 20 мин в часы. $\frac{1}{3}$ ч = 20 мин. $9 : \frac{1}{3} = 27 \text{ км/ч}$ - общая скорость велосипедистов.

Значит $x + 3x = 27$

составим систему уравнений:

$$\begin{cases} x + 3x = 27 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x = 27 \\ x - y + x + y = 27 + 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 27 : 4 \\ 2x = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 6,75 \\ x = 15 \end{cases}$$

6,75 (км/ч) - скорость 1-го велосипедиста

$27 - 15 = 12$
 $3x = 3 \cdot 6,75 = 20,25$ (км/ч) - скорость 2-го велосипедиста.

Ответ: 6,75 км/ч; 20,25 км/ч.

$$8.23. \quad x(3x + y)^2 - 3(3x - y)^2 = 6xy(x + 3)$$

$$x(9x^2 + 6xy + y^2) - 3(9x^2 - 6xy + y^2) = 6x^2y + 18xy$$

$$9x^3 + 6x^2y + xy^2 - 27x^2 - 18xy - 3y^2 + 6x^2y + 18xy = 0$$

$$9x^3 + xy^2 - 27x^2 - 3y^2 = 0$$

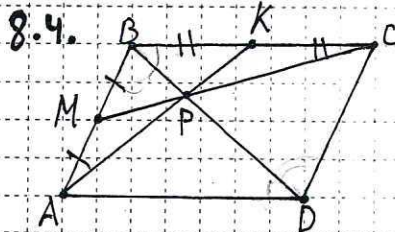
$$(x - 3)(9x^2 + y^2) = 0$$

Если $x - 3 = 0$, то $x = 3$, $xy = 0$, $0y = 0$, $0 = 0$ - верно.

$y \in (-\infty, +\infty)$; $x = 3$.

75

Ответ: y - любое число. $y \in (-\infty; +\infty)$; $x=3, y=0$ ($0; 0$)
 $x=0, y=0$ ($3; 4$)



8.4. $ABCD$ - четырехугольник, $BC \parallel AD$, $K \in BC$.
 $M \in AB$; $CK = KB$; $AM = MB$; AK, CM - прямые.
 BD - диагональ. $AK \cap CM = P$, $AK \cap BD = P$, $CM \cap BD = P$.

Док-ть: $ABCD$ - параллелограмм.

Док-во: т.к. $BC \parallel AD$ $\angle CBD = \angle BDA$ и $\angle ABD = \angle BDC$ (т.к. $BC \parallel AD$ и

45

BD - диагональ. По свойству ~~диагоналей~~ параллельных прямых
накрест лежащие углы равны. $\triangle ABD = \triangle CDB$ (по по обшей
стороне BD и по двум равным углам, т.е. $\angle CBD = \angle BDA$ и
 $\angle ABD = \angle BDC$.) Так как $\triangle ABD = \triangle CDB$, значит $BA = CD$ и $BC = AD$.

По признаку параллелограмма если его противоположные
стороны равны, значит это параллелограмм, что и т.д.

8.5. Василию Петровичу 24 лет, то есть он родился в 1998.

$1+9+9+8=24$. $2025-1998=24$. Всё сходится. Его младшему

65

брату 9 лет, то есть он родился в 2016. $2+0+1+6=9$. $2025-2016=9$.

Всё так же сходится. Их возраста подобрана.

$24-9=15$ (лет) - на столько лет Василий Петрович старше своего брата.

Ответ: 15 лет.

8.2. Если Пурпурный говорит правду, то по словам ^{золотого} дракона
у всех 6 голов, значит у каждого $6:3=2$ головы, а драконы с чет-
ным числом голов врут. Значит не подходит. У него ^{наз} ^{потому} ^{голова} ^{не} ^{нужно}

Если Золотой говорит правду, то значит пурпурный и изумруд-
ные врут. Значит, у золотого некое количество голов, а

а у пурпурного и изумрудного чётное количество голов. Первое чётное число после 0 это 2. Если всего 6 голов, а у пурпурного и изумрудного по 2 головы, то есть $6 - 2 - 2 = 2$. Получается у зеленого тоже чётное количество голов. 0 голов быть не может, т.к. драконы живые, значит имеют как минимум одну голову. Если у кого-то из пурпурного или изумрудного будет 4 головы, то получится $6 - 4 = 2$. Значит не подходит.

Если изумрудный говорит правду, то значит зеленый говорит не правду, то есть у него чётное. Если изумрудный правду говорит, то у него нечетное число голов. У пурпурного и зеленого драконов разная четность, т.е. пурпурный тоже врет, значит у него чётное количество голов. Наименьшее чётное число голов равно 2. Изумрудный утверждает, что всего 4 головы, значит у изумрудного 4 головы - головы пурпурного & - головы зеленого $= 4 - 2 - 2 = 0$ голов у изумрудного. Это не подходит. Значит у пурпурного дракона 2 головы, т.е. он лжет, у зеленого 2 головы и он врет, у изумрудного 3 головы и он говорит правду. Все сходится.

Ответ: у пурпурного 2 головы, у зеленого 2 головы, у изумрудного 3 головы.

ЗАДАЧА № __. __	ЛИСТ __ ИЗ __	ШИФР (заполняется оргкомитетом)
	(листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	

